

**CLUB APOLLO 13, 16. Wettbewerb
Aufgabe 2**

Diese Aufgabe wird vom Fachgebiet Software Engineering an der Fakultät für Elektrotechnik und Informatik der Leibniz Universität Hannover gestellt.

Weitere Informationen zum Fachgebiet Software Engineering findet ihr unter <http://www.se.uni-hannover.de>

Leibniz und die Informatik

2016 ist das Leibniz-Jahr. Gottfried Wilhelm Leibniz, ein deutscher Universalgelehrter, ist in diesem Jahr vor 300 Jahren verstorben. Außerdem trägt die Leibniz Universität Hannover seit genau 10 Jahren ihren jetzigen Namen.

Leibniz wurde 1646 in Leipzig geboren. Mit 15 Jahren begann er sein Jura-Studium und studierte auch ein Semester bei dem Mathematiker und Philosophen Erhard Weigel. Er schrieb eine umfangreiche Arbeit „Über die Kunst der Kombinatorik“ („*De arte combinatoria*“), für die er seinen Dokortitel erhielt. Zwischen 1672 und 1676 beschäftigte er sich mit der Infinitesimalrechnung und erstellte das erste Modell seiner Rechenmaschine. 1676 kam Leibniz erstmalig nach Hannover und hielt sich hier für einige Jahre auf. 1684 erschien seine erste bedeutende Veröffentlichung „*Nova Methodus pro maximis et minimis*“ über die Infinitesimalrechnung. Im November 1716 starb er in Hannover.



© Historisches Museum Hannover, Quelle: www.hannover.de

Zu Leibniz' wichtigsten Werken zählt eine Rechenmaschine für alle vier Grundrechenarten. Nicht zuletzt aus diesem Grund zählt sein Nachlass zu den größten und wertvollsten Gelehrtennachlässen.

Weitere Informationen zu Leibniz und dem Leibniz-Jahr findet ihr auf www.leibniz-2016.de

a) Zahlensysteme (14 Punkte)

Neben der Rechenmaschine entwickelte Leibniz auch das Binär- oder Dualsystem, das heutzutage nicht nur in der Informatik an verschiedensten Stellen Verwendung findet. Im Gegensatz zu dem in der Schule verwendeten Dezimalsystem mit zehn Ziffern (0 bis 9) gibt es im Binärsystem nur zwei Ziffern (0 und 1).

- 1) Beschreibt in wenigen Sätzen, wie man eine Zahl vom Dezimalsystem in das Binärsystem umrechnen kann. Was muss man machen, wenn man eine Zahl vom Binärsystem in das Dezimalsystem umrechnen möchte?
- 2) Gebt für folgende Zahlen jeweils die Darstellung im Binär- oder Dezimalsystem an. Euer Rechenweg muss nachvollziehbar sein.
 - a. $(00101010)_2 = (?)_{10}$
 - b. $(123)_{10} = (?)_2$

Die Umrechnungen funktionieren natürlich nicht nur zwischen dem Binär- und dem Dualsystem. Man kann jede beliebige Basis verwenden. Denkbar wäre zum Beispiel auch die Betrachtung von 3 Ziffern

(0, 1, 2). Am gängigsten sind aber das Binär-, das Oktal- (mit Ziffern von 0 bis 7) und das Dezimalsystem. Doch auch das Hexadezimalsystem ist vor allem in der Informatik weit verbreitet.

3) Wie viele unterschiedliche Ziffern betrachtet das Hexadezimalsystem und wo wird es verwendet?

Die Umrechnung vom Dezimal- ins Hexadezimalsystem funktioniert so ähnlich wie die Umrechnung vom Dezimal- ins Binärsystem.

4) Wie kann man eine Zahl vom Binärsystem ins Hexadezimalsystem umrechnen? Muss man einen Zwischenschritt über das Dezimalsystem machen? Wie funktioniert die Umrechnung in der anderen Richtung?

5) Gebt folgende Zahlen im Hexadezimalsystem an.

- a. $(00101010)_2$
- b. $(123)_{10}$
- c. $(00001011)_2$
- d. $(11)_{10}$

6) Was ist die höchste Zahl, die im Hexadezimalsystem dargestellt werden kann, wenn man drei Stellen zur Verfügung hat? Gebt die Zahl im Hexadezimal- und im Dezimalsystem an. Welchen Zahlenbereich kann man (ohne Vorzeichen) bei einer dreistelligen Zahl im Binär- und im Dezimalsystem darstellen? Gebt alle Zahlen im Dezimalsystem an.

Natürlich kann man in den anderen Zahlensystemen auch rechnen. Das funktioniert fast genauso wie im Dezimalsystem.

7) Wie kann man zwei Zahlen im Binärsystem addieren und multiplizieren, ohne das Dezimalsystem zu verwenden? Beschreibt euer Vorgehen beim Lösen der folgenden Aufgaben:

- a. $(10001011)_2 + (10111011)_2$
- b. $(10001011)_2 \cdot (10111011)_2$

8) Wie funktioniert die Division? Beschreibt in wenigen Sätzen das Vorgehen allgemein.

b) Boolesche Algebra (6 Punkte)

Das Dual- oder Binärsystem ist eine wichtige Grundlage für die so genannte Boolesche Algebra, die in der Informatik eine große Rolle spielt. 0 und 1 im Binärsystem können hier als Wahrheitswerte „wahr“ und „falsch“ betrachtet werden.

In der Booleschen Algebra werden logische Operatoren wie *und* (\wedge), *oder* (\vee) und *nicht* (\neg) betrachtet. Die Bedeutung dieser Operatoren kann man am besten an so genannten Wahrheitstafeln ablesen.

Dabei sind zwei Aussagen A und B entweder *wahr* (1) oder *falsch* (0). Rechts ist eine solche Wahrheitstafel für die Verknüpfung *oder* dargestellt. Man sieht, dass „A \vee B“ genau dann wahr ist, wenn entweder A oder B oder beide wahr sind.

A	B	A \vee B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Wahrheitstafel für die Verknüpfung *oder*

1) Gebt die Wahrheitstafeln für *und* (für zwei Aussagen) und *nicht* (für eine Aussage) an. Wie sieht die Wahrheitstafel für *oder* aus, wenn man anstelle von A und B drei Aussagen A, B und C betrachtet?

Wie auch beim Rechnen mit Zahlen gelten in der Booleschen Algebra ein paar Gesetze, die das Rechnen erleichtern sollen.

2) Überlegt euch, ob folgende Aussagen und Gesetze gelten oder nicht. Begründet eure Antworten in einem Satz. Schreibt auch jeweils hin, was das jeweilige Gesetz bedeutet.

- a. Kommutativgesetze für *und* und *oder*
 - b. Assoziativgesetze für *und* und *oder*
 - c. Extremalgesetze
- 3) Was ist die Idempotenz und was sagen die Dualitätsgesetze aus?

Bei dem Beweis von logischen Aussagen können Wahrheitstafeln sehr hilfreich sein.

- 4) Beweist die Aussage des Distributivgesetzes $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$, indem ihr folgende Wahrheitstafel ausfüllt. Begründet hinterher kurz, warum die Aussage damit bewiesen ist.

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$A \wedge B$	$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0						
0	0	1						
0	1	0						
0	1	1						
1	0	0						
1	0	1						
1	1	0						
1	1	1						

- 5) Beweist auf diese Art und Weise eines der De Morganschen Gesetze. Gebt auch ein konkretes Beispiel mit zwei Aussagen an, mit dem ihr erklären könnt, was die De Morganschen Gesetze bedeuten.

c) Die Rechenmaschine (10 Punkte)

Besonders berühmt wurde Leibniz für seine Rechenmaschine, die als technisches Wunderwerk des 17. Jahrhunderts gilt. Bei seiner Rechenmaschine handelte es sich um eine so genannte *Vier-Spezies-Rechenmaschine*, die auf mechanische Weise alle vier Grundrechenarten ausführen konnte.

Heutzutage benötigt man zum Glück keine mechanischen Apparaturen mehr, um komplizierte Rechnungen auszuführen. Stattdessen greift man auf digitale Ausführungen von Taschenrechnern zurück.



© GWLB, Quelle: www.hannover.de

In dieser Teilaufgabe sollt ihr einen Taschenrechner in Java programmieren, der im Dezimalsystem alle vier Grundrechenarten beherrscht (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division). Außerdem soll es die Möglichkeit geben, eine Zahl vom Dezimalsystem ins Binär-, Oktal- oder Hexadezimalsystem umrechnen zu lassen. Implementiert auch die Addition und Multiplikation im Binärsystem.

Hinweise:

1. Wenn ihr noch keine Programmiererfahrung habt, nutzt die erste Aufgabe aus dem letzten Durchgang des Wettbewerbs als Hilfestellung. Diese findet ihr auch unter https://www.unikik.uni-hannover.de/clubapollo_aufgaben.html

2. Ihr könnt euer Programm entweder mit *eclipse* (www.eclipse.org/) oder *netbeans* (www.netbeans.org/) schreiben, oder ihr verwendet die Webseite www.compilejava.net, falls ihr keine neue Software installieren wollt.
3. Ihr könnt ein Konsolenprogramm schreiben, das nacheinander zwei Zahlen und einen Operator einliest und dann das Ergebnis ausgibt.
4. Wenn ihr Erfahrungen im Programmieren habt, könnt ihr auch ein Programm mit graphischer Benutzeroberfläche schreiben. Dies ist aber nicht unbedingt nötig.
5. Abzugeben ist der Quellcode, oder (bevorzugt) ein Export des Projektes aus *eclipse* oder *netbeans*, und eine ausführbare Datei (*exe* oder *jar*).
6. Gebt eure Lösung auch dann ab, wenn ihr nicht alle Funktionen implementiert habt!

Viel Erfolg!

Allgemeine Hinweise

Einsendeschluss: Sonntag, 14. November 2016, 19:59 Uhr.

Gebt eure Lösungen über das Portal von uniKIK ab: <http://www.unikik-portal.de/portal>

Zulässige Dateiformate sind: PDF für die zusammengeschriebene Lösung (mit eingebetteten Bildern), sowie unter Windows gängige Videoformate, die sich ohne Installation von zusätzlicher Software abspielen lassen, z. B. mp4.

Die Dateien sollten nicht größer als 7,5 MB sein (die Dateien können gezippt sein)! Bitte gebt auch euren Teamnamen, die Namen der Gruppenmitglieder sowie deren Schulen an. Bitte benennt eure hochgeladenen Dateien nach dem Gruppennamen.

ACHTUNG bei Zip-Dateien! Um sicher zu gehen, dass eure Dateien wirklich fehlerfrei und für die Korrektoren/-innen zu öffnen sind, solltet ihr eure Zip-Dateien etc. noch mal von eurem Account herunterladen und öffnen. Dateien, die sich nicht öffnen lassen, können nicht bewertet werden!

Gebt eure Lösungen auch dann ab, wenn ihr nicht alle Fragen beantworten konntet! Vielleicht gelingt euch das ja bei den kommenden Aufgaben.

Die Teilnahmebedingungen und weitere Informationen findet ihr unter: <http://www.unikik.de/apollo13>.
Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.